

### **Immaginario**

Un numero immaginario si ottiene moltiplicando un numero reale per  $i$ , dove si intende con  $i$  la radice quadrata di meno uno.

### **Immagine**

Data una funzione  $y=f(x)$  di dominio  $A$  e codominio  $B$  si chiama immagine di  $x \in A$  l'elemento di  $f(x) \in B$  unico per definizione che la legge associa ad  $x$ .

Si chiama insieme immagine il sottoinsieme di  $B$  costituito dalla totalità delle immagini di tutti gli elementi di  $A$ .

### **Implicazione**

Connettivo che nella logica delle proposizioni indicato con l'enunciato del tipo "se  $A$ , allora  $B$ " o in simboli con  $A \rightarrow B$ . L'implicazione, per definizione, è falsa solo nel caso in cui è vera  $A$  ed è falsa  $B$ .

### **Incommensurabili**

Due grandezze omogenee che non ammettono alcun sottomultiplo in comune.

Il rapporto di due grandezze incommensurabile è un numero irrazionale.

### **Indeterminato**

Un sistema, o un problema, si dice indeterminato se ammette infinite soluzioni.

### **Insieme**

Collezione, aggregato di elementi soggetti alla sola condizione che sia sempre possibile stabilire senza ambiguità se un elemento qualsiasi appartiene o no a tale aggregato.

### **Insieme di esistenza**

Sinonimo di campo di esistenza.

### **Insieme di variabilità**

Sinonimo di codominio.

### **Intersezione**

Dati due insiemi  $A$  e  $B$ , si chiama loro intersezione, e si indica con il simbolo  $A \cap B$ , l'insieme i cui elementi appartengono sia all'insieme  $A$ , sia all'insieme  $B$ . Due insiemi la cui intersezione corrisponde all'insieme vuoto sono detti disgiunti.

### **Intervallo**

Sottoinsieme non vuoto dell'insieme dei numeri reali. Un intervallo può essere chiuso, se contiene i suoi estremi ad esempio  $a \leq x \leq b$ , o aperto, se non contiene i suoi estremi, ad esempio  $a < x < b$ .

Un intervallo si dice limitato se esistono due numeri,  $h$  e  $k$ , tali che ogni elemento dell'intervallo è minore di  $h$  e maggiore di  $k$ .

### **Intervalli**

Si adottano le seguenti notazioni:

$$(a,b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$$



$$]a,b[ = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$$



$$(a,b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$$



$$[a,b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$$



$$(-\infty, b[ = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$$



$$(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$$



$$(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$$



$$[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$$



### Intorno

Nell'insieme dei numeri reali, si chiama intorno di  $a \in \mathbb{R}$  un intervallo limitato aperto con centro in  $a$  ( $a-\gamma, a+\gamma$ ).

Si chiama "intorno di più infinito" un intervallo  $(m, +\infty)$ ; si chiama "intorno di meno infinito" un intervallo  $(-\infty, m)$ ; si chiama intorno destro di  $a$  un intervallo che ammette  $a$  come estremo sinistro  $[a, a+\gamma)$ ; si chiama intorno sinistro di  $a$  un intervallo che ammette  $a$  come estremo destro  $(a-\gamma, a]$ .

## **Inverso**

Inverso di un elemento  $a$  in un insieme  $I$  rispetto all'operazione  $*$  è quell'elemento  $a'$  tale che  $a*a'=a'*a=u$  dove  $u$  è l'elemento neutro.

Inverso di  $a$ , con  $a$  diverso da zero, rispetto alla moltiplicazione è  $1/a$ .

## **Iperbole**

L'iperbole è il luogo geometrico dei punti del piano per i quali è costante la differenza della distanza da due punti fissi detti fuochi.

In un riferimento cartesiano ortogonale in cui i fuochi abbiano coordinate  $(-c, 0)$  e  $(c, 0)$ , l'iperbole ha equazione:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{dove sia } b^2 = c^2 - a^2)$$

I due punti  $A$  e  $A'$  dell'iperbole per i quali  $OA = OA' = a$  sono detti vertici dell'iperbole.

Il segmento  $AA'$  è detto asse trasverso dell'iperbole; esso ha lunghezza  $2a$ . Il segmento di estremi  $(0, -b)$  e  $(0, b)$  è detto asse non trasverso e ha lunghezza  $2b$ . Le due rette  $bx + ay = \pm e$  e  $bx - ay = 0$  sono detti asintoti dell'iperbole.

## **Irrazionale**

Numero irrazionale: numero decimale illimitato che non può essere trasformato in frazione. Sono, ad esempio, irrazionali i numeri  $\sqrt{2}$ ,  $e$ .

Nelle operazioni di misura il numero irrazionale proviene dal rapporto di due grandezze incommensurabili.

Funzione irrazionale: una funzione si dice irrazionale se nella sua espressione analitica la variabile compare, almeno una volta, sotto il segno di radice.

## **Maggiorante**

Dato un insieme numerico  $A$ , si chiama maggiorante di  $A$  un numero  $b$  tale che  $b \geq a$ , per ogni  $a$  appartenente ad  $A$ .

## **Mantissa**

Dato un numero reale  $x$ , si chiama sua mantissa il numero  $x - [x]$ , dove  $[x]$  detto parte intera di  $x$ , è il massimo intero minore o uguale a  $x$ . La mantissa di un numero è sempre positiva e compresa tra zero ed uno.

La funzione  $y = \text{mant}(x)$  è quindi data da:  $y = \text{mant}(x) = x - [x]$

## **Massimo**

Dato un insieme  $I$  totalmente ordinato si chiama massimo di  $I$ , se esiste, l'elemento  $M$  di  $I$  tale che  $M \geq x$ , per ogni  $x$  appartenente a  $I$ .

Un sottoinsieme di  $Z$  limitato superiormente ( o inferiormente) è dotato di massimo ( o di minimo).

In  $Q$  ed in  $R$  un sottoinsieme limitato può non avere massimo .

## **Matrice**

Si definisce matrice un insieme di  $n \times m$  elementi ordinati secondo due indici, cioè per righe e per colonne. Si dice matrice quadrata la matrice  $n \times n$  e il numero  $n$  si definisce ordine della matrice. Ad ogni matrice quadrata si può associare un numero detto determinante della matrice.

## **Minimo**

Dato un insieme  $I$  totalmente ordinato si chiama minimo di  $I$ , se esiste, l'elemento  $M$  di  $I$  tale che  $M \leq x$ , per ogni  $x$  appartenente a  $I$ .

Un sottoinsieme di  $Z$  limitato superiormente ( o inferiormente) è dotato di massimo ( o di minimo).

In  $\mathbb{Q}$  ed in  $\mathbb{R}$  un sottoinsieme limitato può non avere minimo .

### Minorante

Dato un insieme numerico  $A$ , si chiama minorante di  $A$  un numero  $b$  tale che  $b \leq a$ , per ogni  $a$  appartenente ad  $A$ .

### Modulo

Si definisce modulo di un numero complesso  $z = a + ib$  il numero reale positivo  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$  . Il modulo di un numero complesso geometricamente esprime la sua distanza dall'origine.

Nel campo reale si usa modulo come sinonimo di valore assoluto.

Dato il numero reale  $x$  si dice valore assoluto di  $x$ , e si indica col simbolo  $|x|$ , il numero stesso se questo è positivo o nullo, il suo opposto se esso è negativo. Le proprietà fondamentali del valore assoluto sono le seguenti:

$$|x| \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad |x| = 0 \text{ se e solo se } x = 0$$

$$|a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b| \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$$

$$||a| - |b|| \leq |a - b| \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$$

$$x_1 > x_2 \Rightarrow |x_1| > |x_2| \quad \text{se } x_1, x_2 > 0$$

$$x_1 > x_2 \Rightarrow |x_1| < |x_2| \quad \text{se } x_1, x_2 < 0$$

### Molteplicità

w si dice radice con molteplicità  $m$  del polinomio  $P(x)$  se esiste un polinomio  $Q(x)$  tale che:

- $w$  non è radice di  $Q(x)$
- $P(x) = (x - w)^m \cdot Q(x)$

### Negazione

La negazione è un connettivo logico. La negazione di una proposizione  $P$ , che in genere si indica con  $\neg P$ , è vera quando  $P$  è falsa ed è falsa quando  $P$  è vera.

### Neutro

In un insieme  $I$  in cui è definita un'operazione  $*$  si chiama elemento neutro, se esiste, l'elemento  $u$  tale che:  $u * a = a * u = a$  per ogni elemento  $a$  appartenente ad  $I$ .

$$\forall a \in A$$

$$U * a = a * U$$

### Normale

Retta o segmento normale: retta o segmento perpendicolare.

Normale ad una curva: retta perpendicolare ad una tangente nel punto di tangenza alla curva.

Forma normale : forma canonica.

### Notevole

Prodotto notevole: nel calcolo letterale si chiamano “prodotti notevoli” quei prodotti fra polinomi che, per la frequenza con cui s'incontrano nella pratica, si eseguono ricordando a memoria il risultato.

Si considerano prodotti notevoli i seguenti:

quadrato del binomio :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

prodotto di una somma per una differenza di quantità uguali:  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

cubo del binomio:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

quadrato del trinomio:

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

prodotto uguale a somma (o differenza) di cubi :

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$
$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

### **Numerabile**

Un insieme si dice numerabile se si può porre in corrispondenza biunivoca con l'insieme N dei numeri naturali o con un suo sottoinsieme infinito.

### **Numero**

Numero naturale: dati due insiemi finiti, A e B, si dice che essi sono equipotenti, se sono entrambi vuoti oppure se esiste una corrispondenza biunivoca tra A e B. Nell'insieme T di tutti gli insiemi con un numero finito di elementi si considera, quindi, la relazione R secondo cui due insiemi di T sono in relazione se e solo se sono equipotenti.

La relazione R è una relazione di equivalenza; essa gode, infatti, delle proprietà riflessiva, transitiva e simmetrica. Si definisce numero naturale ogni classe di equivalenza individuata dalla relazione R. L'insieme dei numeri naturali, cui appartiene anche lo zero, si indica con la lettera N.

Numero intero relativo: indicato con N l'insieme dei numeri naturali, sia  $N \times N$  il prodotto cartesiano di N per N.

Date due coppie (a,b) (c,d) in  $N \times N$ , si dice che esse sono in relazione se e solo se  $a+d = c+b$ .

La relazione R così definita è una relazione di equivalenza che, quindi, determina una partizione degli elementi di  $N \times N$  in classi di equivalenza (insieme quoziente). Chiamiamo un numero intero relativo ognuna delle classi di equivalenza individuate dalla relazione R.

L'insieme dei numeri interi relativi si indica con la lettera Z.

Definizione di numero razionale: nell'insieme  $Z \times Z_0$  due coppie ordinate (a,b) (c,d) si dicono in relazione se e solo se  $ad = bc$ . La relazione che in questo modo si definisce è una relazione di equivalenza e determina un insieme quoziente: si chiama numero razionale ognuno degli elementi di tale insieme quoziente.

L'insieme dei numeri razionali si indica con la lettera Q.

In Q non vale la proprietà dell'estremo superiore: può accadere, cioè, che vi siano sottoinsiemi limitati di Q che non ammettono estremo superiore.

Definizione di numero reale: si chiama numero reale una partizione dell'insieme Q in due classi (A,B) in cui ogni elemento della prima è minore di ogni elemento della seconda, e che siano indefinitamente ravvicinate, cioè preso un numero  $\epsilon > 0$  arbitrariamente piccolo, è sempre possibile trovare un elemento  $a \in A$  e un elemento  $b \in B$  tali che  $|b-a| < \epsilon$ .

L'insieme di tutte le partizioni di Q come sopra definite costituisce l'insieme dei numeri reali R.

Nell'insieme R vale la proprietà dell'estremo superiore: ogni sottoinsieme limitato ha estremo superiore.

Definizione di numero complesso: si definisce numero complesso una coppia ordinata di numeri reali, solitamente si indica con  $z = a+ib$ . L'insieme di tutti i numeri complessi si indica con la lettera C. L'insieme C, a differenza di tutti gli altri insiemi numerici prima definiti, non è un insieme ordinato.

### **O**

Congiunzione utilizzata in senso inclusivo (vel) sia nelle definizioni di unione di insiemi, sia nelle definizioni di alternativa, oppure in senso esclusivo col significato di aut; in questo caso dà luogo e in logica al connettivo XOR.

### **Omografica**

Funzione omografica:

funzione di espressione analitica  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  è un'iperbole con asintoti paralleli agli assi il cui centro ha coordinate  $(-d/c ; a/c)$  .

### Omotetia di centro O e rapporto k:

Trasformazione del piano in cui si fissa un punto O, detto centro, e siano A e A' due punti allineati con esso e tali che  $OA'/OA = k$ . Dato un punto P del piano, si chiama suo omotetico il punto P' appartenente alla retta OP per il quale  $OP:OP'=OA:OA'$  e che cade rispetto ad O dalla stessa parte di P, secondo che ciò accada o no per A' nei confronti di A.

Le equazioni che danno tale trasformazione sono: 
$$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

### Opposto

Si dice opposto di un numero a reale il numero  $-a$ , cioè l'elemento inverso di a rispetto alla somma.

### Parabola

Si chiama parabola il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso, detto fuoco, e da una retta fissa, detta direttrice.

La parabola è una conica, cioè si ottiene anche come sezione piana di un doppio cono di rotazione indefinito con un piano parallelo a una generatrice del cono.

Proprietà notevoli della parabola sono le seguenti:

- le due tangenti condotte a una parabola da un punto della sua direttrice sono l'una perpendicolare all'altra, e il segmento che congiunge i punti di tangenza passa per il fuoco;
- la normale alla parabola condotta per un punto P della parabola biseca l'angolo formato dal raggio focale FP e la parallela per P all'asse di simmetria della curva;
- la parabola è una conica con eccentricità  $e = 1$ ;
- la sottonormale relativa all'asse in una parabola è costante ed è uguale al parametro.

Una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse delle ordinate ha equazione:

$$y = ax^2 + bx + c$$

in cui è:

- Vertice:  $V\left(-\frac{b}{2a}; \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right)$ ;
- Fuoco:  $F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1 - b^2 + 4ac}{4a}\right)$ ;
- asse:  $x = -\frac{b}{2a}$ ;
- direttrice:  $y = -\frac{1 + b^2 - 4a}{4a}$ .

La parabola con asse di simmetria parallelo all'asse delle ascisse ha equazione:

$$x = ay^2 + by + c$$

mentre le equazioni per il calcolo di V, F, asse e direttrice si ritrovano invertendo le ascisse con le ordinate, e le lettere x con le y e le y con le x in quelle precedenti.

### Pari

Un numero naturale si dice pari se è divisibile per due.

Funzione pari: Una funzione  $y=f(x)$  di dominio I si dice pari se, per ogni x di I, anche  $-x$  appartiene ad I e si ha  $f(-x) = f(x)$ .

Le funzioni pari hanno grafico simmetrico rispetto all'asse delle ordinate.

### Parte

Parte intera: si definisce parte intera di un numero reale  $a$  e si indica con  $[a]$  il massimo numero intero minore o uguale ad  $a$ .

In informatica la parte intera di un numero  $a$  si indica con  $\text{int}(a)$ .

### Parti

Insieme delle parti: dato un insieme  $A$  si chiama insieme delle parti di  $A$ , e si indica con il simbolo  $P(A)$ , l'insieme di tutti i sottoinsiemi, propri ed impropri, di  $A$ .

Se  $A$  ha  $n$  elementi, l'insieme delle parti di  $A$  è costituito da  $2^n$  elementi.

### Partizione

Si dice che è data una partizione di un insieme  $A$  se  $A$  si ottiene come l'unione di insiemi  $A_i$  tali che:

- ogni insieme  $A_i$  non è vuoto;
- ogni elemento di  $A$  appartiene ad uno dei sottoinsiemi  $A_i$ ;
- l'intersezione tra due qualsiasi sottoinsiemi  $A_i$  è vuota cioè sono disgiunti.

Una relazione di equivalenza  $R$  definita in un insieme  $A$ , induce una partizione nella quale ogni sottoinsieme  $A_i$  contiene elementi equivalenti di  $A$ .

L'insieme delle classi di una partizione si chiama insieme quoziente dell'insieme  $A$  rispetto alla relazione  $R$  e si indica con  $A/R$ .

### Periodo

Si definisce periodo di una funzione  $f$  (quindi periodica) il minore dei numeri  $T$  positivi e non nulli per cui  $f(x + T) = f(x)$ , per ogni  $x$  appartenente al dominio di  $f(x)$ .

Le funzioni seno e coseno, ad esempio, hanno periodo  $2\pi$ ; le funzioni tangente e cotangente hanno periodo  $\pi$ .

### Permutazione

Permutazioni semplici: in un insieme finito di  $n$  elementi distinti, si chiamano permutazioni tutti i possibili allineamenti che si possono formare con gli  $n$  elementi, considerando distinti gruppi con elementi disposti in ordine diverso.

Il numero delle permutazioni in un insieme di  $n$  elementi è dato da:

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots 1$$

Permutazioni con ripetizione: in un insieme finito di  $n$  elementi non tutti distinti, tutti i possibili gruppi che si possono formare con gli  $n$  elementi assegnati, considerando distinti gruppi con elementi disposti in ordine diverso.

Se  $h_1, h_2, \dots, h_n$ , indicano il numero degli elementi fra loro coincidenti, il numero delle permutazioni con ripetizione in un insieme di  $n$  elementi è dato da:

$$P_n = \frac{n!}{h_1! h_2! \dots h_n!}$$

### Polare

coordinate polari: in un piano è assegnato un riferimento polare se è data una semiretta orientata  $x$ , detta asse polare, avente come origine un punto  $O$ , detto polo, e se inoltre è fissata un'unità di misura  $u$ .

Considerato positivo il verso antiorario delle rotazioni, ogni punto  $P$  del piano è individuato da due coordinate, dette coordinate polari, che sono nell'ordine la distanza,  $r$ , di  $P$  da  $O$  detta modulo e l'angolo orientato  $\alpha$  (misurato in radianti), detto anomalia che l'asse polare forma con la semiretta orientata  $OP$ . Se l'anomalia appartiene all'intervallo  $[0, 2\pi)$ , (o all'intervallo  $(-\pi, \pi]$ ) allora vi è corrispondenza biunivoca fra i punti del piano e le coppie ordinate  $(r; \alpha)$ .

È possibile, in un piano qualsiasi, passare da coordinate cartesiane a coordinate polari, e viceversa, utilizzando le seguenti formule:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\cos \alpha = x / \sqrt{x^2 + y^2}; \sin \alpha = y / \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x = r \cos \alpha$$

$$y = r \sin \alpha$$

### Polinomio

Si chiama polinomio una somma algebrica di monomi, anche eventualmente nulli.

Si definisce grado del polinomio il massimo grado dei suoi termini mentre grado del polinomio rispetto ad una lettera il massimo grado, rispetto a quella lettera, dei suoi termini.

Proprietà fondamentale dei polinomi: due polinomi in una variabile, entrambi di grado  $n$ , che assumono gli stessi valori per  $n+1$  valori della variabile sono identici.

### Postulato

Proposizione che si ammette vera senza dimostrazione.

In Euclide il termine postulato era riferito solo a proprietà geometriche mentre ora postulato è sinonimo di assioma.

In una teoria matematica i postulati hanno anche il ruolo di definire implicitamente i termini primitivi.

### Potenza

Dato un numero reale  $a$  e un numero intero positivo  $n$  si definisce potenza di base  $a$  ed esponente  $n$ , e si indica con  $a^n$ , il prodotto di  $n$  fattori tutti uguali ad  $a$ .

Si ha che  $a^0 = 1$ , se  $a$  è diverso da 0. Non ha invece significato l'espressione  $0^0$ .

Inoltre è:  $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$

Proprietà delle potenze:

- una potenza con esponente dispari conserva il segno della sua base e si annulla quando si annulla la sua base;
- una potenza con esponente pari ha sempre segno positivo, qualunque sia la sua base, e si annulla quando si annulla la sua base.

$$a^n a^m = a^{n+m} (n > 0, m > 0)$$

$$- a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm} (n > 0, m > 0)$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

Funzione potenza:  $y = x^n$  è una funzione detta funzione potenza. La funzione potenza ha come dominio  $\mathbb{R}$  e come codominio l'insieme dei numeri reali non negativi, se  $n$  è pari, tutto  $\mathbb{R}$ , se  $n$  è dispari.

Potenza con esponente razionale: se  $a$  è un numero reale positivo,  $n$  un numero naturale ed  $m$  un numero intero positivo, si definisce:

$$a^{n/m} = \sqrt[m]{a^n}$$

Potenza con esponente irrazionale: se  $a$  è un numero reale positivo e  $\alpha$  è un numero irrazionale, si definisce  $a^\alpha$  l'elemento di separazione di due classi contigue, di potenze con esponente razionale, che hanno come elementi  $a^q$  e  $a^p$ , con  $q$  e  $p$  valori approssimati per difetto e per eccesso di  $\alpha$ .

### Primo

Un numero naturale  $n$  si dice primo se ammette come divisori solo 1 e sé stesso.



### **Prodotto cartesiano**

Dati due insiemi A e B, si definisce prodotto cartesiano di A e B, e si indica con  $A \times B$ , l'insieme costituito da tutte le coppie ordinate aventi come primo elemento un elemento appartenente ad A e secondo appartenente a B.

Se A e B sono insiemi finiti, rispettivamente di n ed m elementi, il prodotto cartesiano  $A \times B$  ha  $n \cdot m$  elementi.

### **Progressione**

Si chiama progressione una successione in cui ogni termine si ottiene dal precedente nel seguente modo:

Progressione aritmetica: una successione numerica in cui la differenza fra ogni termine diverso dal primo e il suo precedente è costante ( $x_{n+1} - x_n = d$ ).

A tale costante d si dà il nome di ragione della progressione.

I termini successivi si possono calcolare o dal precedente sommando d oppure come:

$$a_n = a_r + (n - r)d$$

e in particolare, se  $r = 1$ :

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

La somma dei termini di una successione aritmetica è data da:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Progressione geometrica: una successione il cui rapporto fra ogni termine diverso dal primo e il precedente è uguale ad un valore costante ( $x_{n+1} = x_n \cdot q$ ).

A tale costante q si dà il nome di ragione della progressione.

I termini successivi possono essere calcolati o dal termine precedente moltiplicato per q oppure come:

$$a_n = a_r q^{n-r}$$

in particolare, se  $r = 1$ , si ha

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

Il prodotto di n termini di una progressione geometrica è dato da:

$$P_n = \sqrt{(a_1 a_n)^n}$$

Mentre la somma di n termini è data da:

$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Se la progressione geometrica (serie geometrica) è costituita da infiniti termini e ragione in valore assoluto minore di uno la somma è data da:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}$$

mentre la somma non assume valore finito negli altri casi.

### **Proposizione**

Enunciato verbale cui si può attribuire il valore di vero o falso.

### **Quantificatore**

Uno dei due operatori logici: per ogni ( $\forall$ ), esiste almeno un ( $\exists$ ). Il primo è detto quantificatore universale, il secondo quantificatore esistenziale. Quando il quantificatore esistenziale è seguito da ! esso è usato per "esiste uno ed un solo elemento".

### **R**

Simbolo con cui si indica l'insieme dei numeri reali.

### **rad**

Simbolo con cui si indica l'unità di misura radiante.

### **Radiante**

Unità di misura degli angoli. Data una circonferenza di centro O, siano r ed s due semirette orientate uscenti da O e che intersecano la circonferenza in P e Q. Si dice che  $\widehat{rs}$  ha l'ampiezza di un radiante quando la lunghezza dell'arco PQ rettificato è uguale alla lunghezza del segmento OP (ossia del raggio).

La misura in radianti di un angolo si ottiene con:

$$\alpha = \frac{PQ}{OP}$$

L'angolo di 1 rad, in gradi sessagesimali, misura  $57^{\circ}17'44''$ ,81.

Per passare da gradi a radianti, o viceversa, si applica la proporzione:

$$\alpha_g : 180^{\circ} = \alpha_r : \pi$$

### **Radicale**

Si chiama radicale il simbolo

$$\sqrt[n]{a}$$

dove n, numero intero positivo, prende il nome di indice del radicale mentre a è detto radicando.

### **Radice**

Radice di un numero: dato un numero reale positivo o nullo a e un numero intero positivo n si definisce radice n-esima aritmetica di a, il numero reale non negativo b tale che  $b^n = a$  e si scrive:

$$b = \sqrt[n]{a}$$

Dato un numero reale a e un numero intero positivo n si chiama radice n-esima algebrica di a un numero reale, positivo o negativo, la cui potenza n-esima sia a.

Dalle definizioni precedenti si ha:

- se l'indice n è pari, un numero positivo ha due radici n-esime algebriche, una opposta all'altra, e una radice n-esima aritmetica, corrispondente alla radice algebrica positiva;
- se l'indice n è pari, un numero negativo non ha né radici n-esime algebriche, né radice n-esima aritmetica;
- se l'indice n è dispari, un numero positivo ha una sola radice algebrica ed una radice aritmetica, tra loro coincidenti;
- se l'indice n è dispari, un numero negativo non ha radice aritmetica, e ha una radice algebrica negativa.

Radice di un polinomio: dato un polinomio P(x) si chiama radice di P(x), o zero di P(x), un numero a tale che  $P(a)=0$ .

Si chiama molteplicità di una radice la potenza a cui si eleva (x - a) nella scomposizione del polinomio stesso.

### **Ragione**

In una progressione aritmetica: differenza costante d fra un termine diverso dal primo e il suo precedente. In simboli:  $d = a_n - a_{n-1}$ .

In una progressione geometrica: rapporto costante q tra fra un termine diverso dal primo e il suo precedente. In simboli:  $q = a_n / a_{n-1}$ .

### **Razionale**

Un numero si dice razionale se è esprimibile come frazione. Sono numeri razionali i numeri interi, i numeri decimali finiti e i numeri decimali periodici.

### **Reale**

Un numero reale è o un numero intero, o un numero decimale finito, o un numero decimale periodico, o un numero decimale illimitato non periodico.

Rappresentazione decimale dei numeri reali:

un numero reale, non razionale ha un allineamento non finito e non periodico di decimali.

Ad es.  $\sqrt{2} = 1.4142135623.....$

### **Reciproco**

Dato un insieme  $I$  e un suo elemento  $a$  si definisce reciproco o inverso di  $a$  rispetto all'operazione  $*$  quel numero  $a^{-1}$  tale che  $a * a^{-1} = a^{-1} * a = u$ , dove  $u$  è l'elemento neutro dell'insieme  $I$ .

Dato un numero reale  $a$  si definisce reciproco o inverso di  $a$  rispetto all'operazione  $*$  (prodotto) quel numero  $a^{-1}$  tale che  $a * a^{-1} = a^{-1} * a = 1$ .

### **Relazione**

Dato un insieme  $A$ , si dice relazione binaria,  $R$ , nell'insieme  $A$ , un sottoinsieme  $R$  del prodotto cartesiano  $A \times A$ .

Se  $a$  e  $b$  sono due elementi di  $A$ , si dice che  $a$  è in relazione con  $b$ , e si scrive  $aRb$ , se e solo se la coppia ordinata  $(a, b)$  appartiene al sottoinsieme  $R$ .

Una relazione binaria in un insieme  $A$  può verificare qualcuna delle seguenti cinque proprietà:

- *riflessiva*:  $aRa$  per ogni  $a \in A$  (ovvero  $I$  è contenuta in  $R$ );
- *antiriflessiva*: per ogni  $a \in A$  non si ha mai  $aRa$ ;
- *transitiva*: se  $aRb$  e  $bRc$ , allora  $aRc$ ;
- *simmetrica*: se  $aRb$  allora  $bRa$ ;
- *anti-simmetrica*: se  $aRb$  allora  $bRa$  se e solo se  $a = b$ .

Una relazione che verifica le proprietà riflessiva, transitiva e simmetrica si dice *relazione di equivalenza*.

Una relazione che verifica le proprietà riflessiva, transitiva e antisimmetrica si dice *relazione di ordine parziale*.

Una relazione si dice di ordine in senso stretto se verifica le proprietà antiriflessiva, transitiva e antisimmetrica.

Una relazione di ordine si dice totale se dati due qualsiasi elementi,  $a$  e  $b$ , di  $A$  si ha sempre  $a \leq b$  o  $b \leq a$ .

### **Rotazione**

Si dice rotazione di centro  $O$  e ampiezza  $\alpha$  la trasformazione che mantiene fisso il punto  $O$ , detto centro, e associa ad ogni punto  $P$  del piano, distinto da  $O$ , un punto  $P'$  tale che la distanza  $OP$  sia uguale alla distanza  $OP'$  e che l'angolo  $POP'$  sia uguale ad  $\alpha$ .

Equazioni della rotazione di centro  $O$  ed ampiezza  $\alpha$ :

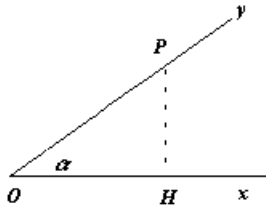
### **Ruffini**

Regola di Ruffini: regola utilizzata per dividere un polinomio di grado  $n$  per un binomio di primo grado del tipo  $(x-a)$ .

### Secante

Una retta  $r$  seca una curva  $C$  in un punto  $P$ , se  $P$  è un punto comune ad  $r$  e a  $C$  e se con  $P$  non coincidono altri punti comuni ad  $r$  e a  $C$ .

Secante di un angolo: dato un angolo orientato  $xOy$ , si definisce sua secante il rapporto costante, se esiste, fra la distanza di un qualunque punto  $P$  (diverso da  $O$ ) dall'origine  $O$  e la distanza orientata della proiezione  $H$  di  $P$  sulla retta  $Ox$  da  $O$ . La secante di un angolo  $\alpha$  si indica con  $\sec\alpha$ .



Quindi è:  $\sec\alpha = OP/OH$ .

Dalla definizione data segue che, per tutti gli angoli diversi da  $\pi/2+k\pi$ , è:  $\sec\alpha=1/\cos\alpha$ .

### Semifattoriale

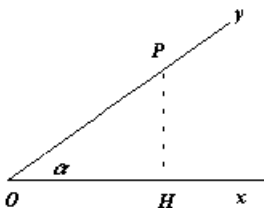
Dato un numero naturale positivo  $n$ , si chiama suo semifattoriale, e si indica con il simbolo  $n!!$ , il prodotto di  $n$  per tutti i numeri pari ad esso precedenti, se  $n$  è pari; il prodotto di  $n$  per tutti i numeri dispari precedenti  $n$ , se  $n$  è dispari.

### Semiretta

Un qualsiasi sottoinsieme connesso e non limitato di una retta.

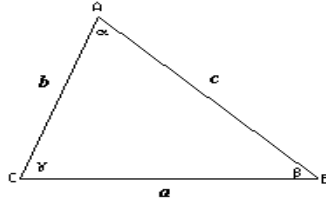
### Seno

Seno di un angolo: dato un angolo orientato  $xOy$ , si definisce suo seno il rapporto costante fra la distanza di un qualunque punto  $P$  dalla retta  $Ox$  e la distanza di  $P$  dall'origine  $O$ . Il seno di un angolo  $\alpha$  si indica con  $\sin\alpha$  ed è un numero privo di dimensioni, appartenente all'intervallo  $[-1;1]$ .



Quindi è:  $\sin\alpha = PH/OP$ .

Teorema dei seni: in un triangolo qualsiasi è:



$$\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma}$$

### Significative

Si dicono cifre significative di un numero  $n$  le sue cifre che non sono affette da errore, più la prima cifra incerta.

### Simmetria

Simmetria assiale: due punti distinti A e B, si dicono simmetrici rispetto a una retta  $r$  se il loro punto medio appartiene ad  $r$  e se il segmento AB è perpendicolare alla retta  $r$ .

Chiamiamo simmetria assiale, di asse  $r$ , la trasformazione del piano in sé che ad ogni punto del piano associa il suo simmetrico rispetto alla retta  $r$ .

In un riferimento cartesiano ortogonale le equazioni di una simmetria assiale sono le seguenti.

#### Rispetto all'asse delle $x$

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$$

#### Rispetto alla retta $y=h$

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = 2h - y \end{cases}$$

#### Rispetto alla retta $y=x$

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$

#### Rispetto all'asse delle $y$

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$$

#### Rispetto alla retta $x=h$

$$\begin{cases} x' = 2h - x \\ y' = y \end{cases}$$

#### Rispetto alla retta $y = -x$

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = -x \end{cases}$$

Simmetria centrale: due punti A e B si dicono simmetrici rispetto a un punto O se O è il punto medio del segmento AB.

Si dice simmetria centrale, rispetto a un dato punto O detto centro, una trasformazione del piano in sé che ad ogni punto A del piano associa il suo simmetrico,  $A'$  rispetto ad O.

Le equazioni di una simmetria centrale sono date da:

rispetto all'origine  $O(0,0)$

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$$

rispetto al punto A  $(a,b)$

$$\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$$

### Sommatoria

Simbolo, dato dalla lettera greca sigma maiuscola  $\Sigma$ , usato per indicare in forma concisa l'operazione di somma.

## Sottoinsieme

Si dice che  $B$  è sottoinsieme di  $A$  e si scrive  $B \subseteq A$  (oppure  $A \supseteq B$  se ogni elemento di  $B$  è un elemento di  $A$ ). In simboli:  $\forall x \in B : x \in A$ . Si osservi che  $A = B$  se e solo se ( $A \subseteq B$  e  $B \subseteq A$ )

inoltre  $\emptyset \subseteq A$  (qualunque sia  $A$ ).

Un sottoinsieme  $B$  di  $A$  diverso da  $A$  e dall'insieme vuoto si dice sottoinsieme proprio e si scrive  $B \subset A$  (oppure  $A \supset B$ )

Proprietà della relazione inclusione: siano  $A, B, C$  insiemi qualsiasi, si ha:

$A \subseteq A$  (proprietà riflessiva)

se  $A \subseteq B$  e  $B \subseteq A$  allora  $A = B$  (proprietà antisimmetrica)

se  $A \subseteq B$  e  $B \subseteq C$  allora  $A \subseteq C$  (proprietà transitiva)

## Tangente

Una retta si dice tangente ad una curva in un punto  $P$  se nel punto  $P$  la retta e la curva hanno in comune due punti coincidenti. Il concetto di tangente è un concetto locale: una retta  $r$  può essere tangente ad una curva in un punto e secante alla stessa curva in un altro punto. Si può dire anche che la tangente ad una curva in un punto  $P$  è la posizione limite, se esiste, della retta secante che unisce i punti  $P$  e  $Q$  della curva, al tendere di  $Q$  a  $P$ .

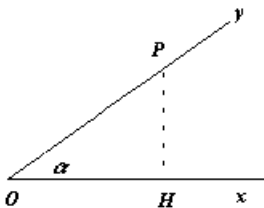
## Tangente di un angolo

Dato un angolo orientato  $xOy$ , descritto dal raggio vettore  $Oy$  rispetto alla semiretta origine  $Ox$ , si chiama sua tangente il rapporto, se esiste, della distanza orientata di un qualunque punto  $P$  di  $Oy$ , diverso da  $O$ , dalla retta  $Ox$  e la distanza orientata della proiezione di  $P$  su  $Ox$  dall'origine  $O$ .

La tangente di un angolo  $\alpha$  si indica col simbolo  $\operatorname{tg}\alpha$ .

Quindi  $\operatorname{tg}\alpha = PH/OH$

Inoltre è:  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{cos}\alpha}$ .



## Funzione tangente

Ponendo  $y = \operatorname{tg} x$  si ottiene l'espressione analitica di una funzione, detta funzione tangente, definita per  $x$  diverso da  $\pi/2 + k\pi$  e con codominio  $\mathbb{R}$ .

## Transitiva

Proprietà transitiva: se, presi tre elementi  $a, b, c$  di un insieme  $I$  ed una relazione  $R$ , si dice che la relazione  $R$  gode della proprietà transitiva se quando vale:  $aRb$  e  $bRc$  allora  $aRc$ .

### **Traslazione**

Chiamiamo traslazione una trasformazione geometrica in cui due punti si corrispondono se il segmento che li unisce è congruente ed equiverso ad un segmento orientato dato, detto vettore di traslazione. In un riferimento cartesiano ortogonale le equazioni di una traslazione qualsiasi di vettore  $v=(a,b)$  sono:

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

### **Unione**

Dati due insiemi A e B si chiama loro unione, e si indica con il simbolo  $A \cup B$ , l'insieme i cui elementi sono elementi di A o elementi di B.

### **Unità**

Elemento u che, in una struttura algebrica A, in cui è definita una operazione \*, gode della proprietà che  $u*a=a*u=a$  per ogni a di A, l'unità è anche detta elemento neutro. Nel campo dei numeri reali prende il nome di elemento unità il numero 1, cioè l'elemento neutro rispetto al prodotto.

### **Univoca**

Sinonimo di "a un sol valore". Una funzione è una corrispondenza univoca, cioè tale che ad ogni elemento del dominio corrisponde uno e un solo elemento del codominio.

### **Valore assoluto**

Dato il numero reale x si dice valore assoluto di x, e si indica col simbolo  $|x|$ , il numero stesso se questo è positivo o nullo, il suo opposto se esso è negativo. Le proprietà fondamentali del valore assoluto sono le seguenti:

$$|x| \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad |x| = 0 \text{ se e solo se } x = 0$$

$$|a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b| \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$$

$$||a| - |b|| \leq |a - b| \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$$

$$x_1 > x_2 \Rightarrow |x_1| > |x_2| \quad \text{se } x_1, x_2 > 0$$

$$x_1 > x_2 \Rightarrow |x_1| < |x_2| \quad \text{se } x_1, x_2 < 0$$

### **Variabile**

Quantità non conosciuta, che può assumere tutti i valori numerici appartenenti a un determinato insieme numerico.

### **Verità**

Tavola di verità: tabella dove si riportano i valori di verità di una proposizione logica composta, al variare di tutti i possibili valori di verità che possono assumere le proposizioni elementari componenti.

### **Vuoto**

Insieme vuoto: insieme privo di elementi. E' un sottoinsieme improprio di qualunque insieme e si indica con:  $\emptyset$